

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1977

模拟岩石中裂纹扩展连接的近场动力学方法

李 铮¹, 郭德平², 周小平³, 王允腾³

(1. 重庆市城市建设投资(集团)有限公司, 重庆 400023; 2. 叙镇铁路有限责任公司, 云南 昭通 657900; 3. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘 要: 脆性岩石材料在压应力作用下常出现两类裂纹: 翼型张拉裂纹和次生剪切裂纹。近场动力学是一种新型的无网格数值计算方法。在近场动力学理论中, 采用积分形式的控制方程代替微分形式的控制方程使得该数值算法在断裂问题上具有独特的优势。将 Mohr-Coulomb 准则和最大主应力准则引入非普通“态”基近场动力学理论中, 分别用于模拟材料常见的压剪和张拉破坏。这种扩展的非普通“态”基近场动力学可以有效地模拟脆性岩石材料在多种受力状态下的裂纹起裂、扩展和连接问题。通过 5 个不同的数值算例说明该数值算法在处理脆性岩石材料断裂问题的有效性和准确性。首先, 通过模拟含圆孔的弹性板拉伸数值试验说明该数值算法的有效性和准确性。其次, 数值模拟了简单三点弯曲试验以及不使用其他外部准则条件下动荷载作用下裂纹的分叉试验, 所得结果与其他试验结果或数值结果相吻合, 从而验证了该理论的有效性。然后, 模拟了包含斜裂纹的巴西圆盘试验, 裂纹扩展路径和计算所得的断裂韧度同样吻合于试验结果。最后, 模拟了单轴压缩状态下, 预制裂纹试样的裂纹扩展和连接问题。将该数值算法与试验结果对比表明, 所提出的数值方法可以模拟和预测岩石类材料的张拉和压剪裂纹的起裂、扩展和连接行为。

关 键 词: 岩石; 近场动力学; 裂纹扩展; 裂纹连接; 裂纹分叉

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 12-4711-11

Numerical simulation of crack propagation and coalescence using peridynamics

LI Zheng¹, GUO De-ping², ZHOU Xiao-ping³, WANG Yun-teng³

(1. Chongqing City Construction Investment (Group) Co., Ltd., Chongqing 400023, China; 2. General Manager of Xuzhen Railway Co., Ltd., Zhaotong, Yunnan 657900, China; 3. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: In the rock-like materials, two types of cracks can be observed when the specimens are subjected to compressive loads: tensile cracks and shear cracks. Peridynamics is a novel meshfree method used to solve the fracture problems. To simulate crack propagation of rock specimens under compression, Mohr-Coulomb criterion and maximum principal stress criterion are implemented into the non-ordinary state-based peridynamics, which are used respectively to simulate the shear failure and tensile failure of materials. The extended non-ordinary state-based peridynamics (ENSPD) is efficient for modelling the crack propagation and coalescence under complex loads. The program codes of ENSPD are compiled using Fortran 90. Firstly, the numerical simulation of a three-point bending test is regarded as a benchmark example to prove the accuracy of proposed method. The crack branching phenomenon under dynamic loads is modeled using ENSPD without any additional branching criterion and the present results are in good agreement with the previous experimental and other numerical results. A Brazilian disk of rock-like materials containing an inclined pre-existing crack is then simulated. The predicted crack growth paths and the estimated fracture toughness well coincide with the previous experimental results. Finally, a rock-like specimen containing two coplanar pre-existing cracks under uniaxial compression is modeled using ENSPD. Compared with the experimental results, it can be found that the proposed numerical method has the ability to simulate and predict the initiation, propagation and coalescence of cracks in rock-like materials.

Keywords: rock; peridynamics; crack propagation; crack coalescence; crack branching

收稿日期: 2018-10-25

基金项目: 国家自然科学基金 (No.51679017, No.51839009); 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (No.2014CB046903); 重庆市院士牵头科技创新引导专项基金 (No.cstc2017jcyj-yszx0014, No.cstc2016jcyjys0005)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51679017, 51839009), the National Program on Key Basic Research Project of China (2014CB046903) and the Natural Science Foundation Project of CQ-CSTC (cstc2017jcyj-yszx0014, cstc2016jcyjys0005).

第一作者简介: 李铮, 男, 1987 年生, 博士, 高级工程师, 主要从事隧道与地下工程相关的研究工作。E-mail: lizheng872@163.com

通讯作者: 周小平, 男, 1970 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail: xiao_ping_zhou@126.com

1 引言

岩体是一种内部存在多种尺度裂纹、孔隙和断层等非连续结构面的复杂结构体。由于岩体常处于受压状态,岩体内部裂纹扩展常常以张拉或者压剪的形式出现。当含有裂纹的岩体处于受压状态时,裂纹面往往会经历压紧和摩擦滑动两个阶段^[1-4],随着荷载的增加,预制裂纹尖端可能出现张拉型和压剪型两种扩展裂纹^[5-6]。在某些动荷载作用下,裂纹扩展过程会出现分叉现象^[4],从而产生复杂的裂纹连接模式。

数值计算方法可以有效地探究岩石中裂纹扩展、连接和贯通的机制,对于岩土工程、石油工程和其他工程等领域均有重要意义。近年来,许多学者采用不同的数值计算方法模拟岩石在受压状态下裂纹起裂、扩展和连接的过程^[7-8]。在数值方法中,有限元方法(FEM)是目前广泛应用于各领域的一种现代计算分析方法。但在处理裂纹扩展问题时,需对裂纹面和裂纹尖端的网格进行重划分,这导致计算过程复杂化和低效化^[9]。

为了提高计算效率,Moes^[9]、Belytschko^[10]等在 FEM 的基础上基于单位分解的思想提出了扩展有限元(XFEM)。在裂纹附近单元上,引入不连续位移模式,使得不连续位移场的描述独立于网格划分,能较好地克服分离裂纹模型的网格依赖性。近十几年来,许多学者通过 XFEM 研究不同的断裂问题。但是,对于一些复杂的断裂问题,如摩擦问题和动荷载裂纹分叉问题,采用 XFEM 方法处理时,富集函数定义非常困难^[11]。

对于岩石中裂纹扩展和连接过程,非连续变形分析法(DDA)^[12]十分有效。DDA 是一种基于离散块体刚体运动的数值计算方法。但是,DDA 存在裂纹扩展路径依赖于离散块体大小的缺陷^[13]。

石根华^[14]教授在 1991 年提出一种将非连续变形分析法(DDA)与有限元(FEM)相结合的数值流形法(NMM)。一些学者通过 NMM 分析了岩石工程中裂纹扩展和连接过程^[15-17]。但是在 NMM 的计算过程中,裂纹尖端受到单元边界的约束,导致裂纹扩展时,裂纹尖端位置停止在单元内,从而降低了计算精度。颗粒流(PFC)算法是以离散元(DEM)为基础的一种数值算法^[18],目前已有 PFC 的商业软件用于解决裂隙扩展问题^[18-20]。但是,PFC 在计算模拟过程中也存在一些限制^[21]:①颗粒尺寸;②横截面效应;③微观和宏观两种材料计算参数的统一。

有限元-离散元耦合方法(FDEM)是一种将有限元和离散元结合起来的数值方法^[22]。在模拟裂纹扩展方面展现了巨大的潜力。学者们将其应用于水压致裂模拟,并取得了很好的效果^[23-24]。然而,其输入参数如何与岩石的宏观力学性质更好地对应还需要进一步研究。

近来,Silling 等^[25-28]提出了一种新型的基于连续介质力学的无网格方法,即近场动力学。近场动力学被用于处理非连续问题,尤其是断裂问题。近场动力学^[25]是一种采用积分形式描述物质构型基本运动方程的连续介质力学理论,可以避免对位移场求导,有效地描述物质构型的力学行为^[25-26]。这一特点使得近场动力学在非连续问题上具有独特的优势。该理论通过描述构型中任意物质点与有限范围内其他物质点之间的相互作用来模拟构型的力学行为。在处理非连续力学问题时,近场动力学具有其独特的优势^[23]。经过近 20 年的发展,近场动力学根据物质点之间相互作用的不同可以分为:“键”基、普通“态”基和非普通“态”基 3 种类型^[27-28]。“键”基近场动力学在描述构型力学行为的过程中最大的缺陷在于其泊松比为固定值,即二维条件下泊松比为 1/3;三维条件下泊松比为 1/4^[29-33]。然而,“态”基近场动力学中引入应力-应变状态量,使近场动力学与传统连续介质力学有效地结合,同时也克服了“键”基近场动力学在材料参数上的局限性。“态”基近场动力学的提出使近场动力学理论得到快速的发展^[27-37]。

本文着重介绍非普通“态”基近场动力学理论,在传统非普通“态”基近场动力学基础上引入 Mohr-Coulomb 准则和最大主应力准则分别判断岩石材料的剪切破坏和拉伸破坏。通过 5 个分析算例,验证了扩展的非普通“态”基近场动力学能够准确地模拟岩石中裂纹的扩展和连接。

2 非普通“态”基近场动力学基本理论

如图 1 所示,非普通“态”基近场动力学理论^[27-28]假设物体初始构型 $\mathcal{B}_0$ 中任意物质点 X 具有半径为 δ 的影响区域 R_X ,物质点 X 的影响区域范围内其他物质点 X' 满足 $0 < |X' - X| < \delta$ 。在初始参考坐标系下质点粒子受到外力和内力的作用,根据牛顿第二定律可得近场动力学的基本控制方程:

$$\rho \frac{d^2 u(X, t)}{dt^2} = L(X, t) + b(X, t), \forall X \in \mathcal{B}_0 \quad (1)$$

式中: ρ 为物质点密度; b 为物质点所受体力的力密度; $u(X)$ 、 $\frac{du(X)}{dt}$ 和 $\frac{d^2 u(X)}{dt^2}$ 分别为物质点 X 的位

移、速度和加速度; $L(X, t)$ 为物质点 X 所受相互作用的合力。

在初始参考坐标系中, 影响域内两个物质点的相对位置定义为“键”, 即 $\xi = X' - X$ 。影响域内的两个物质点 X 和 X' 通过相互作用来描述构型的力学行为。如图 2 所示, “键”基、普通“态”基和非普通“态”基近场动力学理论中物质点相互作用不同。

在“键”基近场动力学模型^[25-26]中 (见图 2(a)), 影响域内两个物质点相互作用力以对点力的形式表示:

$$L(X, t) = \int_{R(X)} f(X, X', u(X, t), u(X', t)) dV_{X'} = \int_{R(X)} f(\xi, \eta) dV_{X'} \quad (2)$$

式中: η 为两个相互作用的物质点在变形坐标系中的相对位置, 定义为 $\eta = u(X, t) - u(X', t)$; f 为相互作用物质点之间的对点力; dV_X 为物质点的体积; $R(X)$ 为物质点影响域尺寸大小, 定义为 $R(X) = \{X' \in \Omega^3 | 0 < |X' - X| < \delta, \delta > 0\}$ 。

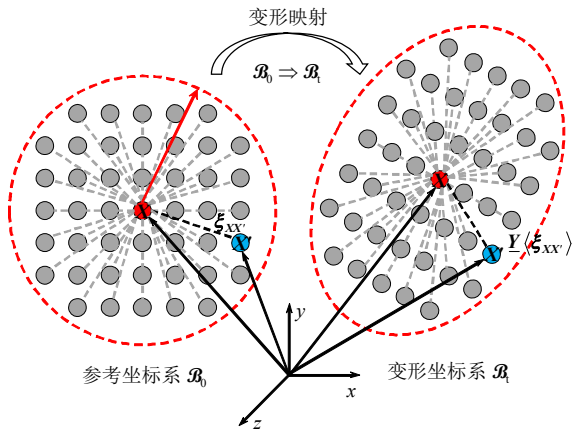


图 1 近场动力学变形原理图

Fig.1 Schematic peridynamics body in the reference and deformed configurations

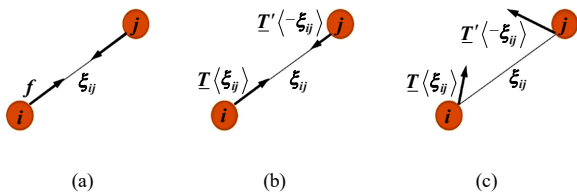


图 2 “键”基、普通“态”基和非普通“态”基近场动力学相互作用原理图

Fig.2 Schematics of bond-based, ordinary, and non-ordinary material response

然而, 在“态”基近场动力学中, 相互作用的物质点之间的相对距离受到变形作用可以表示为

$$\underline{Y}[X] = y' - y = [X' + u(X')] - [X + u(X)] \quad (3)$$

式中: y 为物质点在变形坐标系中的位置。

如图 2(b)、2(c)所示, 普通“态”基和非普通“态”基近场动力学模型的区别在于影响域内两个物质点之间的相互作用力的方向不同。根据 Silling 等^[28]的研究工作, 其相互作用力以力密度 $\underline{T}$ 的方式表达, 且满足线性动量守恒和角动量守恒:

$$\int_{R(X)} \underline{T}[X, t] \langle \xi \rangle \times \underline{Y}[X, t] \langle \xi \rangle dV_{X'} = 0, \quad \forall X \in \mathcal{B}_0 \quad (4)$$

将普通“态”基和非普通“态”基近场动力学模型中物质点的相互作用力代入式 (1) 中, 得到“态”基近场动力学模型的基本控制方程:

$$\rho \frac{d^2 u(X, t)}{dt^2} = \int_{R(X)} (\underline{T}[X, t] \langle X' - X \rangle - \underline{T}[X', t] \langle X - X' \rangle) dV_{X'} + b(X, t) \quad (5)$$

在式 (3) 中的变形状态量 $\underline{Y}[X]$ 将初始参考坐标系中物质点相对位置映射为变形后坐标系中的物质点相对位置, 因此, 物质点 X 的变形梯度可以近似表示为

$$\underline{F}[X, t] = \left[\int_{R(X)} \omega(|\xi|) (\underline{Y} \langle \xi \rangle \otimes \xi) dV_{X'} \right] K^{-1} \quad (6)$$

式中: K 为非局部形状张量, 可以定义为

$$K[X, t] = \int_{R(X)} \omega(|\xi|) (\xi \otimes \xi) dV_{X'} \quad (7)$$

式中: $\omega(|\xi|)$ 是影响域 $R(X)$ 中的一个影响函数, 这是一个标量加权函数用于控制物质点 X 和 X' 之间的相互作用; 符号 $\otimes$ 表示两个向量之间的并积。

根据 Silling 等^[27-28]的工作, 式 (4) 中的力密度 $\underline{T}$ 可以采用第 1 种 Piola-Kirchhoff 应力张量 $\underline{P}$ 表示:

$$\underline{T}[X] = \omega(|\xi|) \underline{P}[X] K^{-1} \cdot \xi_{XX} \quad (8)$$

式中: $\underline{P}[X]$ 为物质点 X 上的第 1 种 Piola-Kirchhoff 应力张量。

根据传统固体力学原理, 采用变形梯度 $\underline{F}$ 可以计算得到弹性的 Green-Lagrange 应变张量:

$$\underline{E} = \frac{1}{2} (\underline{F}^T \underline{F} - \underline{I}) \quad (9)$$

式中: $\underline{F}^T \underline{F}$ 为弹性的 Cauchy-Green 变形张量, 表示为 $\underline{C}$ 。

根据线弹性本构关系, 第 2 种 Piola-Kirchhoff 应力张量可以表示为

$$\mathbf{S} = \lambda \text{Tr}\{\mathbf{E}\} + 2\mu\mathbf{E} \quad (10)$$

式中: λ 和 μ 为材料的拉梅常数; Tr 表示对张量 $\mathbf{E}$ 求迹。

同时, Cauchy 应力张量可以通过第 2 种 Piola-Kirchhoff 应力张量推导得

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F} \left(\frac{1}{\det(\mathbf{F})} \mathbf{S} \right) \mathbf{F}^T \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为对称的 Cauchy 应力张量。

Cauchy 应力张量可以根据变形关系转化成第一种 Piola-Kirchhoff 应力张量:

$$\mathbf{P}[X, t] = J \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{F}[X, t]^T \quad (12)$$

式中: J 为 Jacobian 转化系数, 用于确定初始参考坐标系和变形坐标系之间的关系, Jacobian 转化系数可以表达为 $J = \left| \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial \mathbf{X}_j} \right|$, 且在直角坐标系中为 $J = \det(\mathbf{F})$ 。

将式(8)和式(12)代入非普通“态”基近场动力学模型的基本控制方程式(5)中, 可得

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)}{dt} &= \int_{R(\mathbf{X})} \mathbf{f}(\mathbf{X}', \mathbf{X}) dV_{X'} + \mathbf{b}(\mathbf{X}, t) \\ \mathbf{f}_i &= \sum_{j \in R_i} \left\{ \mathbf{T}_i \langle \boldsymbol{\xi}_{ij} \rangle - \mathbf{T}_j \langle \boldsymbol{\xi}_{ji} \rangle \right\} \Delta V_i \Delta V_j = \\ &\sum_{j \in R_i} \left\{ \omega(|\boldsymbol{\xi}_{ij}|) \mathbf{P}_i \mathbf{K}_i^{-1} \boldsymbol{\xi}_{ij} - \omega(|\boldsymbol{\xi}_{ji}|) \mathbf{P}_j \mathbf{K}_j^{-1} \boldsymbol{\xi}_{ji} \right\} \Delta V_i \Delta V_j \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: N_i 为物质点 $\mathbf{X}_i$ 的影响域内其他物质点的个数。

在非普通“态”基近场动力学模型中, 因为需要近似计算物质点的变形梯度, 这可能导致物质点零能模式的出现^[29, 35]。为防止零能模式的出现, 在近场动力学模型中的物质点上附加一个线性类弹簧力密度 $\mathbf{T}_{ad}$, 其计算表达式为

$$\mathbf{T}_{ad}[\mathbf{X}] = C_1 \omega(|\boldsymbol{\xi}|) [\mathbf{u}(\mathbf{X}') - \mathbf{u}(\mathbf{X})] \quad (14)$$

式中: C_1 为两个相互作用的物质点之间的弹性常数, 根据 Breitenfeld 等^[37]的研究, 当 $C_1 = 1 \times 10^7 \Delta x / E$ 时可以保证计算误差达到最小。

3 损伤破坏准则

在传统的近场动力学理论中^[27-28], 固体损伤断裂通过统计物质点 $\mathbf{X}$ 影响域内相互作用的键断裂的数量来表示固体物质的损伤程度, 可以表示为

$$D(\mathbf{X}, t) = 1 - \frac{\int_{R_X} \mu(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}, t) dV_{X'}}{\int_{R_X} dV_{X'}} \quad (15)$$

式中: $\mu(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}, t)$ 为一个标量值, 代表相互作用的“键”是否断裂:

$$\mu(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}, t) = \begin{cases} 0 & \text{“键”断裂} \\ 1 & \text{“键”不断裂} \end{cases} \quad (16)$$

当“键”断裂时, 原来相互作用的两个物质点之间的相互作用消失且不可恢复。在近场动力学中^[25-28], Silling 根据传统断裂力学的材料断裂能量释放率 G_0 定义临界的“键”伸长长度 s_0 , 用于判断“键”是否断裂。对于二维问题, “键”的伸长长度 s_0 可以表示为

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} && \text{平面应力问题} \\ s_0 &= \sqrt{\frac{5\pi G_0}{12E\delta}} && \text{平面应变问题} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: E 为材料的弹性模量; δ 为物质点影响域的半径。

由于材料的断裂能量释放率 G_0 在实验室较难测得, 所以这种损伤破坏准则很难应用于实际的岩土工程中。众所周知, Mohr-Coulomb 准则常用于判断岩土体屈服破坏, 因此, 本文将 Mohr-Coulomb 准则和最大主应力准则引入非普通“态”基近场动力学模型中, 用来分别判断岩土体剪切损伤破坏和拉伸损伤破坏。

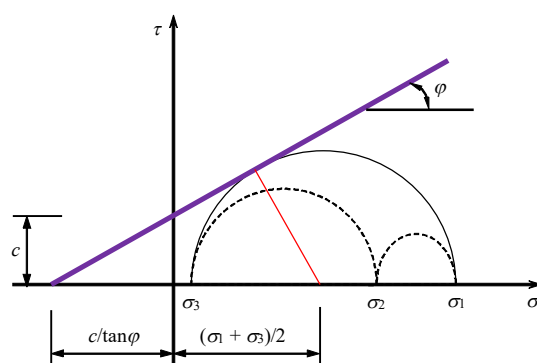


图3 Mohr-Coulomb 破坏准则

Fig.3 The schematic of Mohr-Coulomb failure criterion

在扩展的非普通“态”基近场动力学模型中, 当两个物质点的平均最大主应力达到材料的单轴拉伸强度时, 两个物质点之间的“键”断裂, 即

$$\mu(\mathbf{X}, \mathbf{X}') = \begin{cases} 1 & \frac{\sigma_1(\mathbf{X}, t) + \sigma_1(\mathbf{X}', t)}{2} > f_t \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

类似地, 如图3所示, 当两个物质点上的平均

应力达到 Mohr-Coulomb 准则, 则两个物质点之间的“键”断裂。剪切损伤破坏准则为

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \left[\frac{c}{\tan \varphi} + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right] \sin \varphi \quad (19)$$

式中: c 为岩土材料的黏聚力; φ 为岩土材料的内摩擦角。

如图 4(a)所示, 第 i 个物质点的影响域中有 N_i 个相互作用的物质点, 第 i 个物质点与第 j 个物质点根据其相对位置产生相互作用力。如图 4(b)所示, 当第 i 个物质点与第 7 个物质点的平均应力达到破坏准则后, 则第 i 个物质点与第 7 个物质点之间的“键”断裂, 并且其相互作用消失。

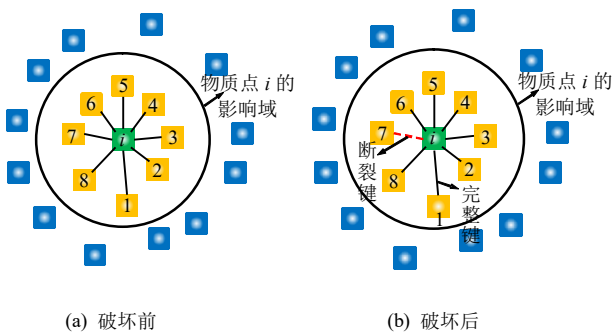


图 4 扩展的近场动力学损伤破坏原理图
Fig.4 Schematic view of the improved failure criterion

4 算例分析

采用 FORTRAN 90 语言编写了扩展的非普通“态”基近场动力学程序, 本文给出了 5 个算例: 算例 1 是含圆孔各向同性平板的拉伸模拟; 算例 2 模拟了混凝土梁的三点弯曲试验; 算例 3 模拟了裂纹在动荷载作用下的分叉问题; 算例 4 模拟了含单根斜裂纹的巴西圆盘在准静态压缩状态下裂纹扩展过程; 算例 5 模拟了两根裂纹的扩展和连接过程, 并与试验结果进行了对比分析。

4.1 算例 1

为验证扩展的非普通“态”基近场动力学程序的有效性和正确性, 模拟了均匀拉伸荷载作用下圆孔板的变形问题。该模型中, 板长为 150 mm, 宽为 50 mm, 圆孔半径为 10 mm。该板的材料假设为线弹性材料, 弹性模量为 210 GPa, 泊松比为 0.3^[25-28]。并且, 将该模型简化为二维平面应力问题进行数值模拟。如图 5(a)所示, 在数值模型中, 采用 30 600 个均匀分布的近场动力学物质点代表圆孔板。相应的离散近场动力学物质点间距为 $\Delta x =$

0.5 mm, 影响域半径为 $\delta = 3.015\Delta x$ 。边界条件采用位移逐步加载, 加载速度为 2.75×10^{-7} m/s, 一共加载 2 000 步, 时间步长为 1.0 s。采用动力松弛解法进行时间积分。

图 5(b)和图 5(c)分别给出无零能模式控制方案, 即式 (14), 和含有零能模式控制策略的 y 方向位移云图。图 6 表示该板 y 方向位移沿着 y 轴方向的分区曲线, 可以看出没有处理零能模式的非普通“态”基近场动力学理论会产生明显的数值不稳定, 并且在靠近圆孔的位置最为明显。这也说明在非普通“态”基近场动力学理论中增加零能模式控制方案(即式 (14))的必要性。同时, 从图 6 可以得出, 非普通“态”基近场动力学数值结果与传统有限元数值结果相吻合, 说明非普通“态”基近场动力学程序的准确性。

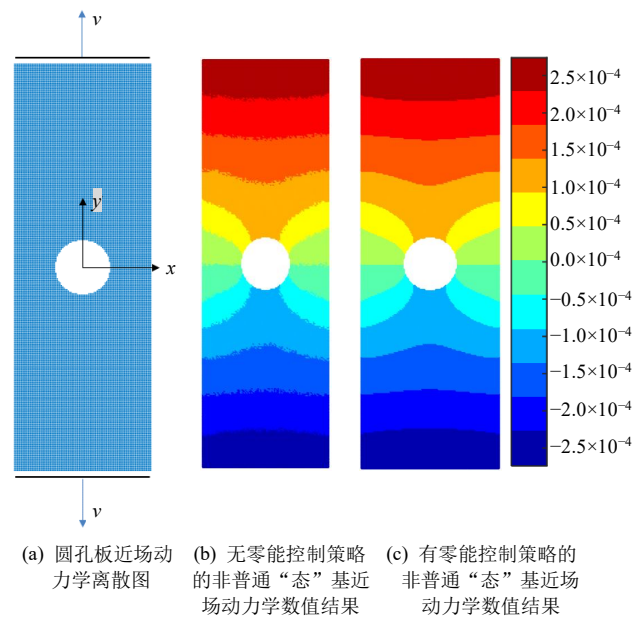


图 5 计算模型和数值模拟结果
Fig.5 Calculation model and numerical simulation results

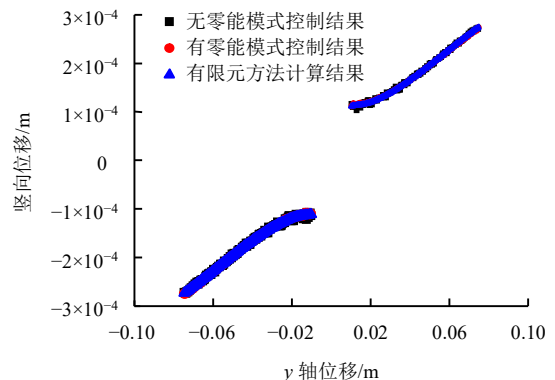


图 6 圆孔板 y 方向位移沿着 y 轴的分布曲线
Fig.6 y -directional displacement of plate along y -axis

4.2 算例 2

为了验证非普通“态”基近场动力学程序模拟结果的可行性和有效性, 算例 2 将模拟混凝土试样在三点弯曲试验中的破坏模式, 并与试验结果进行对比分析。

如图 7 所示, 混凝土梁高度为 $H = 70 \text{ mm}$; 长度为 $2S = 300 \text{ mm}$; 切口长度 $a = 23.3 \text{ mm}$ 。同时, 预制切口的位置和跨中加载位置之间的距离定义为 x 且引入切口偏离系数 $\gamma = x/S (0 \leq \gamma \leq 1)$ 。

在该算例中, 进行 5 组三点弯曲数值试验, 其中切口偏离系数 γ 分别为 0、1/6、1/3、1/2 和 2/3。混凝土力学参数如下: 弹性模量 $E = 32.8 \text{ GPa}$; 泊松比 $\nu = 0.25$; 材料密度为 $\rho = 2\,650 \text{ kg/m}^3$; 单轴抗拉强度 $f_t = 1.3 \text{ MPa}$; 内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$ 和黏聚力 $c = 12.3 \text{ MPa}$ 。

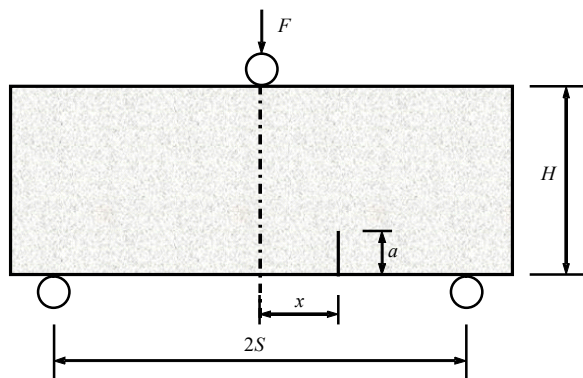


图 7 三点弯曲试验的几何及加载条件

Fig.7 Geometric condition and loading condition in three-point bending tests

该模型可以简化为平面应力问题, 离散的近场动力学物质点间距为 0.2 mm 。根据 Silling 等^[26]的研究成果, 为了得到最小误差结果, 时间步长取 $5.0 \times 10^{-8} \text{ s}$, 且影响域半径取 $\delta = 1.5 \text{ mm}$ 。试样的加载方式采用位移控制加载, 加载速率为 0.05 mm/min 。

首先, 图 8 分别表示 5 组三点弯曲数值模拟试验的最终破坏结果。与 Jeng 等^[38]的试验结果对比 (见图 9), 我们可以发现非普通“态”基近场动力学程序模拟结果与试验结果比较吻合。其次, 非普通“态”基近场动力学程序可以计算得到加载过程中的荷载-切口张开度曲线。与试验^[30]结果对比 (见图 10), 数值模拟的荷载-切口张开度曲线与试验结果相吻合, 且峰值荷载值也相近。最后, 本算例还研究了切口偏离系数对混凝土梁在三点弯曲试验中的最终破坏模式的影响。结果表明, 当切口偏离系数

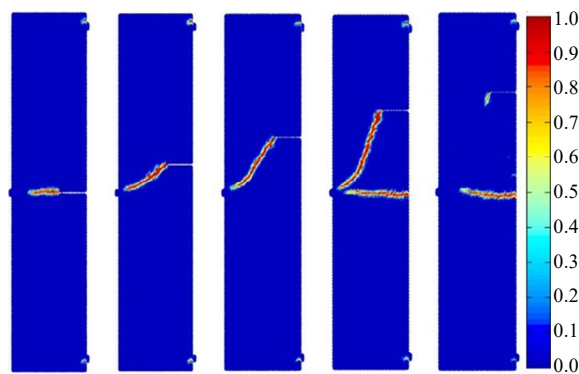


图 8 近场动力学模拟得到的混凝土梁三点弯曲试验最终破坏结果

Fig.8 Final failure modes of the concrete beams in three-point bending tests obtained from peridynamics

$\gamma = 0$ 时, 混凝土梁破坏模式为 I 型裂纹扩展破坏; 当切口偏离系数 $\gamma \neq 0$ 时, 混凝土梁破坏模式为混合 I/II 型裂纹扩展破坏; 随着切口偏离系数 γ 的增大, 混凝土梁破坏模式逐渐由裂纹扩展破坏转变为梁的弯曲破坏 (见图 8 和图 9)。

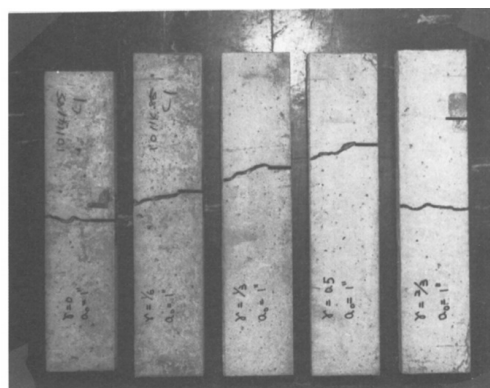


图 9 含有偏移凹槽的混凝土梁三点弯曲试验最终破坏结果^[38]

Fig.9 Final failure modes of concrete beams with different off-set notch ratio^[38]

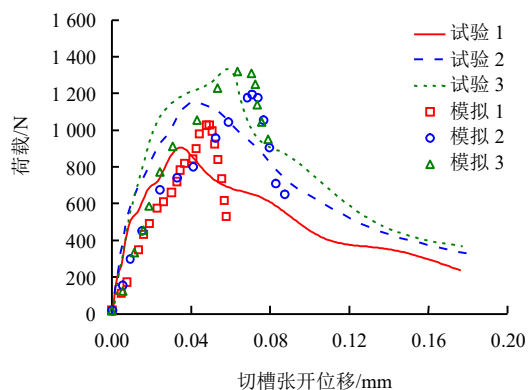


图 10 近场动力学计算的切口张开位移(CMD)与荷载曲线与试验结果^[30]对比

Fig.10 Load versus crack mouth displacement (CMD) curves obtained from peridynamics and experiment^[30]

4.3 算例 3

在动荷载作用下裂纹会产生分叉现象, 本算例采用扩展的非普通“态”基近场动力学方法模拟 I 型裂纹分叉问题^[34, 39], 模拟结果与试验结果和扩展有限元模拟结果进行对比。如图 11 所示, 模型长为 0.1 m, 宽为 0.04 m, 左端有一预制水平裂纹, 裂纹长度为 0.05 m。模型上下两端承受 1 MPa 的拉应力作用。在数值模型中, 采用瞬态荷载模拟冲击应力波的作用。在数值模拟中, 2D 模型由 16 000 个物质点组成, 为模拟动态荷载时间步长取 1.0×10^{-8} s。材料参数如表 1 所示。

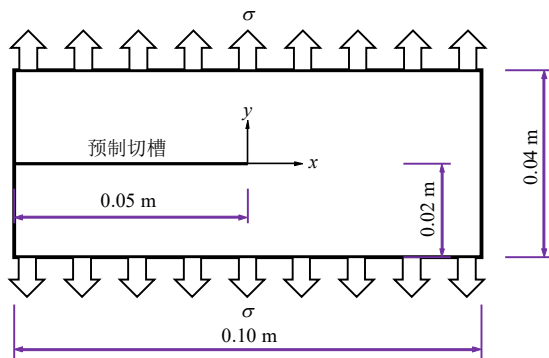


图 11 模型几何尺寸及荷载条件
Fig.11 Geometric and loading conditions

表 1 材料力学参数

Table 1 Mechanical parameters of materials

密度 ρ (kg/m^3)	杨氏弹性模量 E (GPa)	泊松比 ν	单轴抗拉强度 f_t (MPa)
2 235	65	0.2	10.0

非普通“态”基近场动力学程序计算的裂纹扩展过程如图 12 所示。在 $6 \mu\text{s}$ 时, 裂纹从预制裂纹尖端起裂。然后, 新裂纹沿着预制裂纹方向扩展, 达到一定长度后, 新裂纹在 $16 \mu\text{s}$ 时发生分叉现象, 分叉角度大约为 30° 。那以后, 两条分叉裂纹沿着各自的方向向模型的右边界扩展, 并在 $29.6 \mu\text{s}$ 时达到右边界, 导致试样彻底破坏。如图 13 所示, 非普通“态”基近场动力学程序计算模拟的结果与试验结果和其他的数值模拟结果相吻合。图 14 表示非普通“态”基近场动力学程序计算的裂纹扩展分叉速度与试验结果和其他数值模拟结果的对比, 结果表明非普通“态”基近场动力学程序计算的裂纹扩展速度与试验结果和其他数值模拟结果相吻合。

4.4 算例 4

国际岩石力学学会 (ISRM) 推荐含有预制裂纹的巴西圆盘试样用于确定岩石材料的断裂韧

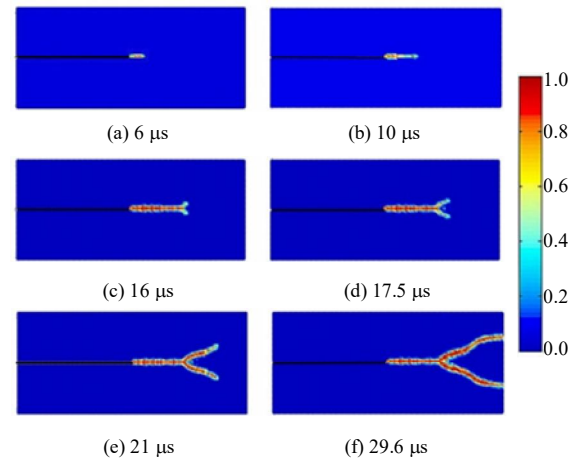


图 12 裂纹扩展过程

Fig.12 Cracking process in the PMMA plate under dynamic loading

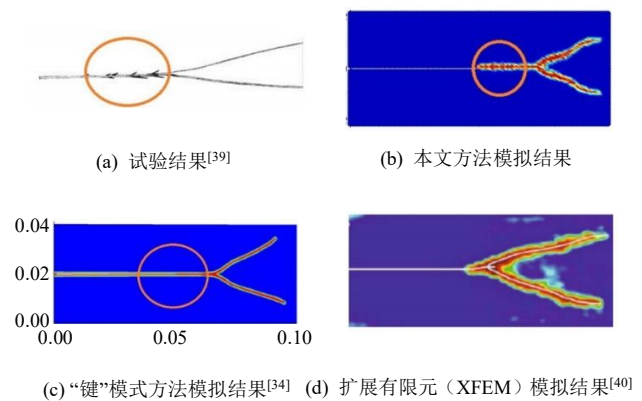


图 13 模型最终破坏模式

Fig.13 Final failure mode of the sample

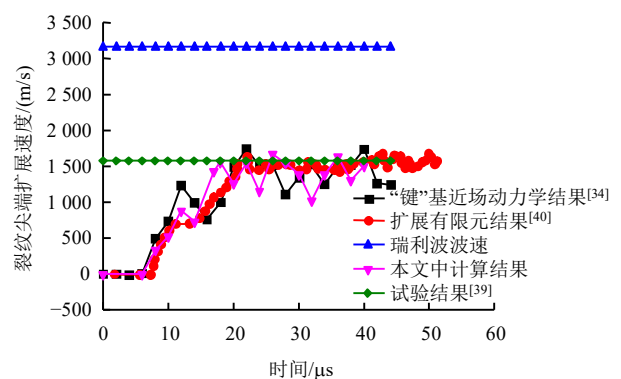


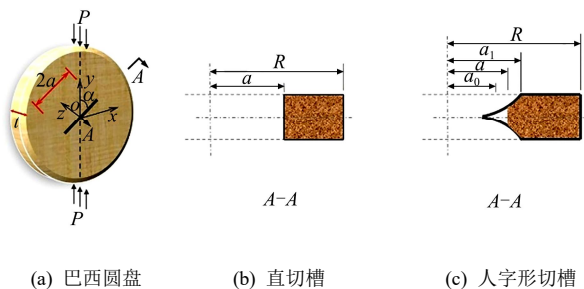
图 14 扩展的非普通“态”基近场动力学模型模拟的裂纹扩展速度与试验结果^[39]、扩展有限元模拟结果^[40]和“键”基近场动力学^[34]模拟结果对比

Fig.14 Comparison between crack propagation speeds obtained from the extended non-ordinary state-based peridynamics, the experimental results^[39] and the previous numerical models^[34, 40]

度^[41-42]。如图 15 所示, 巴西圆盘直径 $2D = 100 \text{ mm}$, 直切槽的斜裂纹位于圆盘中心, 其长度 $2a = 30 \text{ mm}$,

斜裂纹长度与巴西圆盘直径比 $\alpha_0 = a/D = 0.3$ ，它与荷载之间的夹角 $\alpha = 45^\circ$ 。本算例应用扩展的非普通“态”基近场动力学模型模拟斜裂纹的起裂、扩展和贯通过程。

巴西圆盘试样的材料为类岩石材料^[41-42]，其力学参数分别为：弹性模量 $E = 18 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.25$ ，密度为 $\rho = 1\,200 \text{ kg/m}^3$ ；单轴抗拉强度 $f_t = 1 \text{ MPa}$ 和单轴抗压强度 $f_c = 6.6 \text{ MPa}$ 。根据 ISRM^[37] 的建议，采用 0.05 m/s 的速度施加荷载。



(a) 巴西圆盘 (b) 直切槽 (c) 人字形切槽

图 15 含有预制斜裂纹的巴西圆盘

Fig.15 A scheme for Brazilian disk containing a single crack

图 16 表示非普通“态”基近场动力学程序模拟的裂纹起裂、扩展和贯通过程。图 16(a)表明张拉型裂纹首先在斜裂纹尖端起裂，然后沿着垂直于预制裂纹方向扩展（见图 16(b)、16(c)）。如图 16(d)所示，随着荷载的增大，裂纹逐渐沿着荷载方向扩展。最后，裂纹扩展到试样的上下边界，导致了巴西圆盘试样的破坏（见图 16(e)）。图 17 表示非普通“态”基近场动力学程序模拟结果与已有的试验结果和 PFC 模拟结果^[41]的对比，结果表明非普通“态”基近场动力学程序计算结果与已有试验和数值模拟结果相吻合。

图 18 为非普通“态”基近场动力学程序计算的位移-荷载曲线。如表 2 所示，非普通“态”基近场动力学计算的峰值荷载与试验结果较为吻合。

4.5 算例 5

如图 19 所示，石膏模型高×宽×厚为 $150 \text{ mm} \times 75 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ ，两个预制裂纹为共线裂纹，分别标号为裂纹①和裂纹②，裂纹长度为 12 mm ，张开度约为 0.1 mm ，岩桥长度为 6 mm ，裂纹倾角为 45° 。

石膏的力学参数分别为：弹性模量 $E = 5.96 \text{ GPa}$ 、泊松比 $\nu = 0.15$ 、密度为 $\rho = 1\,540 \text{ kg/m}^3$ 、单轴抗拉强度 $f_t = 3.2 \text{ MPa}$ 、单轴抗压强度 $f_c = 33.85 \text{ MPa}$ 。

Wong 等^[43]试验研究了单轴压缩荷载作用下两共线裂纹的扩展和连接规律。本节采用非普通“态”基近场动力学程序模拟上述模型中裂纹扩展和连接

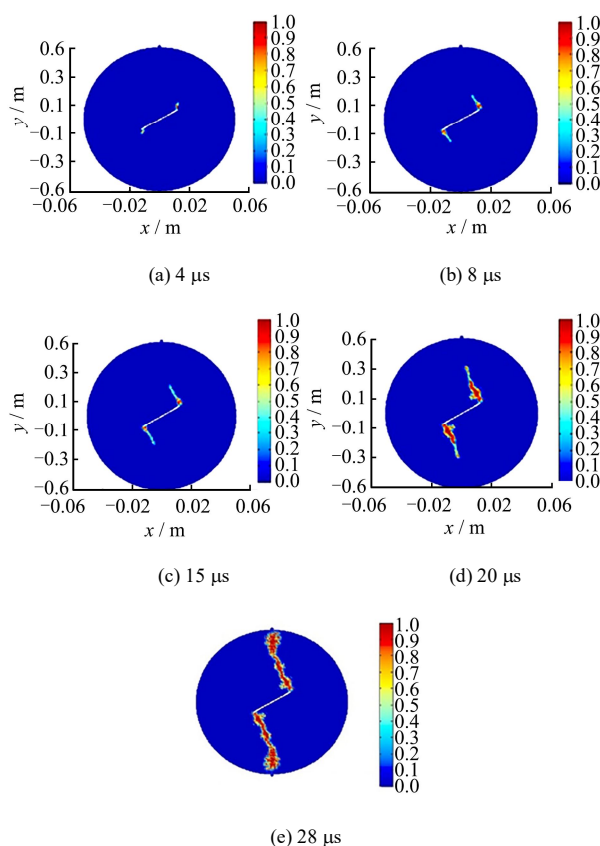
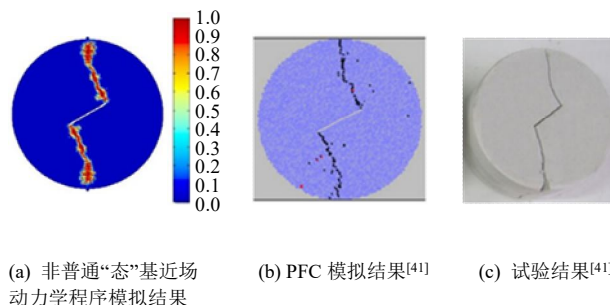


图 16 裂纹扩展过程

Fig.16 Crack growth paths



(a) 非普通“态”基近场动力学程序模拟结果 (b) PFC 模拟结果^[41] (c) 试验结果^[41]

图 17 非普通“态”基近场动力学模拟的最终破坏模式
Fig.17 Comparison of final failure modes obtained from the non-ordinary state-based peridynamics

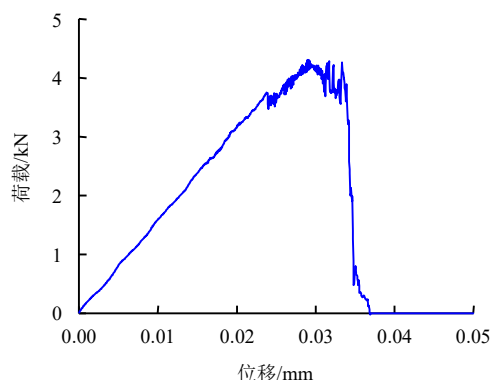


图 18 巴西圆盘试样位移-荷载曲线模拟结果
Fig.18 Load-displacement curve obtained from numerical simulation

表 2 无量纲化峰值荷载对比

Table 2 Comparison of normalized peak loads		
试验结果 ^[41]	数值结果	误差/%
0.206 34	0.229 4	11.5

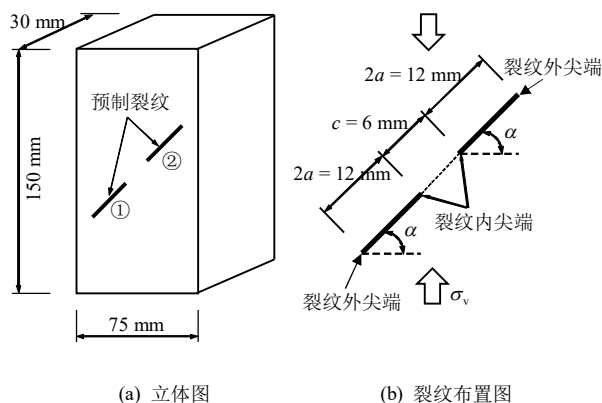


图 19 类岩石材料试样尺寸示意图
Fig.19 Geometries of the rock-like specimen

规律。首先,如图 20(a)所示,随着荷载的增加,翼型张拉裂纹在裂纹①和裂纹②的尖端起裂。然后,翼型张拉裂纹沿着垂直预制裂纹方向扩展。如图 20(b)、20(c)所示,随着荷载的进一步增加,翼型张拉裂纹逐渐沿着加载方向扩展。如图 20(c)所示,当翼型张拉裂纹扩展到一定长度后,由于荷载的增大导致裂纹尖端剪应力的增加,准共面次生剪切裂纹和倾斜次生裂纹分别在裂纹①和裂纹②的内尖端起裂。如图 20(d)所示,准共面次生剪切裂纹连接裂纹①和裂纹②,导致了裂纹①和裂纹②的贯通。图 21 表示非普通“态”基近场动力学程序模拟结果和试验结果^[43]的对比,从图 21 可以发现,非普通“态”基近场动力学程序可以很好地模拟翼型张拉裂纹、准共面次生剪切裂纹和倾斜次生裂纹的起裂、扩展和连

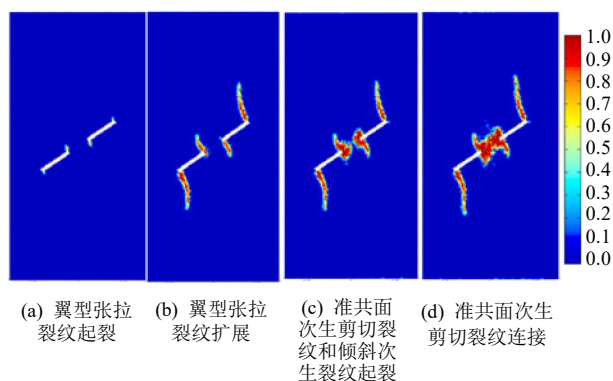
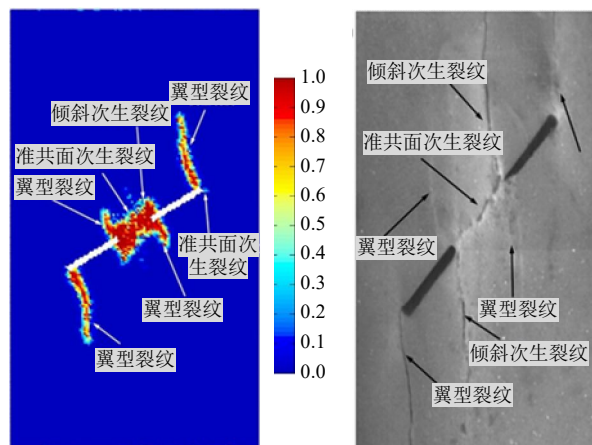


图 20 裂纹起裂、扩展和连接过程
Fig.20 Crack initiation, propagation and coalescence process

接。图 22 为非普通“态”基近场动力学程序模拟的应力-应变曲线与试验结果的对比,从图中可以看出,非普通“态”基近场动力学程序模拟的结果吻合于试验结果。



(a) 本文模拟结果 (b) 试验结果^[43]

图 21 非普通“态”基近场动力学程序模拟结果与试验结果对比

Fig.21 Comparison between the present numerical results and the previous experimental results^[43]

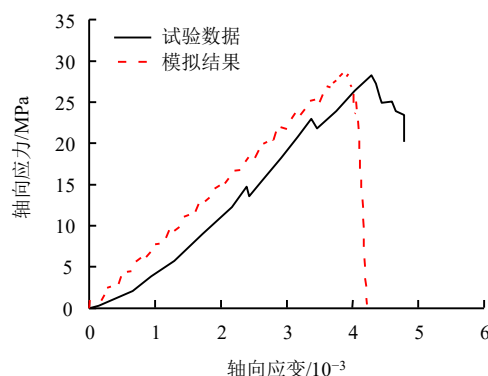


图 22 数值的应力-应变曲线结果与试验数据对比
Fig.22 Comparison of the numerical and experimental axial stress-axial strain curves

5 结 论

(1) 扩展的非普通“态”基近场动力学理论克服了“键”基近场动力学泊松比的限制,可以有效地应用到岩石材料中裂纹起裂、扩展和连接的数值模拟。

(2) 基于非普通“态”基近场动力学理论,引入了 Mohr-Coulomb 准则和最大主应力准则,分别用于模拟材料的压剪破坏和张拉破坏。

(3) 通过对三点弯曲试验的数值模拟,定性和定量地验证了扩展的非普通“态”基近场动力学理论的有效性。

(4) 本文的方法也可用于模拟岩石类材料中拉伸和剪切裂纹起裂、扩展和连接过程, 模拟结果与试验结果相吻合。另外该方法可以模拟动态荷载作用下裂纹的分叉问题。

参 考 文 献

- [1] BOBET A. The initiation of secondary cracks in compression[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2000, 66(2): 187—219.
- [2] BOBET A, EINSTEIN H. Numerical modeling of fracture coalescence in a model rock material[J]. **International Journal of Fracture**, 1998, 92: 221—252.
- [3] SHEN B, STEPHANSSON O, EINSTEIN H H, et al. Coalescence of fractures under shear stress experiments[J]. **Journal of Geophysical Research**, 1995, 100(B4): 5975—5990.
- [4] 李银平, 王元汉, 陈龙珠, 等. 含预制裂纹大理岩的压剪试验分析[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 120—124.
LI Yin-ping, WANG Yuan-han, CHEN Long-zhu, et al. Experimental research on pre-existing cracks in marble under compression[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(1): 120—124.
- [5] 刘涛影, 曹平, 章立峰, 等. 高渗压条件下压剪岩石裂纹断裂损伤演化机制研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(6): 1801—1808.
LIU Tao-ying, CAO Ping, ZHANG Li-feng, et al. Study of fracture damage evolution mechanism of compression shear rock cracks under high seepage pressure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(6): 1801—1808.
- [6] 王元汉, 苗雨, 李银平. 预制裂纹岩石压剪试验的数值模拟分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3113—3116.
WANG Yuan-han, MIAO Yu, LI Yin-ping. Numerical simulation of the experiment on rock with preexisted cracks under compression and shearing[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(18): 3113—3116.
- [7] INGRAFFEA A R, HEUZE F E. Finite element models for rock fracture mechanics[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1980, 4(1): 25—43.
- [8] TANG C A. Numerical simulation of progressive rock failure and associated seismicity[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1997, 34(2): 249—261.
- [9] MOES N, DOLBOW J, BELYSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 46(1): 131—150.
- [10] BELYSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 45(5): 601—620.
- [11] ZHOU X P, BI J, QIAN Q H. Numerical simulation of crack growth and coalescence in rock-like materials containing multiple pre-existing flaws[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2015, 48(3): 1097—1114.
- [12] SHI G H, GOODMAN R E. Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1989, 13(4): 359—380.
- [13] NING Y J, YANG J, AN X M, et al. Modelling rock fracturing and blast induced rock mass failure via advanced discretization within the discontinuous deformation analysis framework[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 38(1): 40—49.
- [14] SHI G H. Manifold method of material analysis[C]// Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and Computing. Minneapolis, USA: [s. n.], 1991.
- [15] LI Y P, CHEN L Z, WANG Y H. Experimental research on pre-cracked marble under compression[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2005, 42(9—10): 2505—2516.
- [16] WU Z J, WONG L N Y. Frictional crack initiation and propagation analysis using the numerical manifold method[J]. **Computers and Geotechnics**, 2012, 39: 38—53.
- [17] WU Z J, WONG L N Y. Modeling cracking behavior of rock mass containing inclusions using the enriched numerical manifold method[J]. **Engineering Geology**, 2013, 162: 1—13.
- [18] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2004, 41(8): 1329—1364.
- [19] YOON J. Application of experimental design and optimization to PFC model calibration in uniaxial compression simulation[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2007, 44(6): 871—889.
- [20] ZHANG X P, WONG L N Y. Cracking processes in rock-like material containing a single flaw under uniaxial compression: a numerical study based on parallel

- bonded-particle model approach[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(5): 711—737.
- [21] DONZE A, KROGH B, RAJHANS A. Parameter synthesis for hybrid systems with an application to simulink models[C]//The 12th International Conference on Hybrid Systems – Computation and Control. San Francisco, CA, USA: [s. n.], 2009.
- [22] ANTE MUNJIZA. The combined finite-discrete element method[M]. [S. l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- [23] YAN C Z, JIAO Y Y, ZHENG H. A fully coupled three-dimensional hydro-mechanical finite discrete element approach with real porous seepage for simulating 3D hydraulic fracturing[J]. **Computers and Geotechnics**, 2018, 96: 73—89.
- [24] 严成增. 模拟水压致裂的另一种二维 FDEM-flow 方法. 岩土力学, 2017, 38(6): 1789—1796.
YAN Cheng-zeng. A new two-dimensional FDEM-flow method for simulating hydraulic fracturing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(6): 1789—1796.
- [25] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 2000, 48(1): 175—209.
- [26] SILLING S A, ASKARI E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics[J]. **Computers and Structures**, 2005, 83(17): 1526—1535.
- [27] SILLING S A, EPTON M, WECKNER O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling[J]. **Journal of Elasticity**, 2007, 88(2): 151—184.
- [28] SILLING S A, LEHOUCQ R B. Peridynamic theory of solid mechanics[J]. **Advances in Applied Mechanics**, 2010, 44: 73—168.
- [29] WANG Y, ZHOU X, XU X. Numerical simulation of propagation and coalescence of flaws in rock materials under compressive loads[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2016, 163: 248—273.
- [30] WANG Y, ZHOU X, SHOU Y. The modeling of crack propagation and coalescence in rocks under uniaxial compression using the novel conjugated bond-based peridynamics[J]. **International Journal of Mechanical Sciences**, 2017, 128—129: 614—643.
- [31] WANG Y, ZHOU X, WANG Y, et al. A 3D conjugated bond-pair-based peridynamic formulation for initiation and propagation of cracks in brittle solids[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2018, 134: 89—115.
- [32] WANG Y T, ZHOU X P, KOU M M. Three-dimensional numerical study on the failure characteristics of intermittent fissures under compressive-shear tests[J]. **Acta Geotechnica**, 2018. <https://doi.org/10.1007/s11440-018-0709-7>.
- [33] ZHU Q Z, NI T. Peridynamic formulations enriched with bond rotation effects[J]. **International Journal of Engineering Science**, 2017, 121: 118—129.
- [34] HA Y D, BOBARU F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2011, 78(6): 1156—1168.
- [35] WARREN T L, SILLING S A, ASKARI A, et al. A non-ordinary state-based peridynamic method to model solid material deformation and fracture[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2009, 46(5): 1186—1195.
- [36] HUANG D, LU G D, QIAO P Z. An improved peridynamic approach for quasi-static elastic deformation and brittle fracture analysis[J]. **International Journal of Mechanical Sciences**, 2015, 94—95: 111—122.
- [37] BREITENFELD M S, GEUBELLE P H, WECKNER O, et al. Non-ordinary state-based peridynamic analysis of stationary crack problems[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2014, 272: 233—250.
- [38] JENQ Y S, SHAH S P. Mixed-mode fracture of concrete[J]. **International Journal of Fracture**, 1988, 38(2): 123—142.
- [39] RAVI-CHANDAR K, KNAUSS W G. An experimental investigation into dynamic fracture: III. on steady-state crack propagation and crack branching[J]. **International Journal of Fracture**, 1984, 26(2): 114—154.
- [40] SONG J H, WANG H W, BELYSCHKO T. A comparative study on finite element methods for dynamic fracture[J]. **Computational Mechanics**, 2008, 42(2): 239—250.
- [41] ABDOLHADI G, HAMID R H, VAHAB S, et al. Mixed mode crack propagation in low brittle rock-like materials[J]. **Arabian Journal of Geosciences**, 2013, 6(11): 4435—4444.
- [42] International Society for Rock Mechanics (ISRM). Suggested methods for determining the fracture toughness of rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1988, 25(2): 71—96.
- [43] WONG L N Y, EINSTEIN H H. Crack coalescence in molded gypsum and carrara marble: part 1. macroscopic observations and interpretation[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2009, 42(3): 475—511.